EJERCICIOS

1. Hallar las coordenadas del vector $\boldsymbol{x_1} = \begin{pmatrix} 6 \\ 9 \\ 14 \end{pmatrix}$ en la base $B_1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

2. Hallar las coordenadas del vector $\boldsymbol{x_2} = \begin{pmatrix} 7 \\ 14 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ en la base

$$B_2 = \left\{ \boldsymbol{e_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{e_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{e_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \boldsymbol{e_4} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

3. Calcular la matriz de cambio de base, de $B_3^1 = \left\{ \boldsymbol{v_1} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v_2} = \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v_3} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} \right\}$

a la base $B_3^2 = \left\{ \boldsymbol{u_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{u_2} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \boldsymbol{u_3} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

4. Calcular la matriz de cambio de base, de la base $B_4^1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -5 \\ -4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -4 \\ -4 \end{pmatrix} \right\}$

a la base $B_4^2 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$

5. Se considera el subespacio vectorial S que tiene por base $B_S^1 = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$.

a. Se trata de determinar si $B_5^2 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ es también una base de S, y en caso afirmativo calcular la matriz de cambio de base, de la base B_5^2 a la base B_S^1.

b. Repetir el apartado anterior para el conjunto $B_5^3 = \left\{ \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$

6. Sean $B_6^1 = \left\{ \boldsymbol{u_1} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}, \boldsymbol{u_2} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\}$ y $B_6^2 = \left\{ \boldsymbol{v_1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \boldsymbol{v_2} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$ dos bases de $\mathbb{R}^2$ y sea $P = \mathcal{C}(B_6^1, B_6^2)$ la matriz de cambio de base. ¿De qué modo varía la matriz P si se realizan los siguientes cambios en las bases?

a. Se cambian de sitio los vectores de la base B_6^1: $B_6^{1'} = \{\boldsymbol{u_2}, \boldsymbol{u_1}\}$ y $B_6^2 = \{\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}\}$

b. Se cambian de sitio los vectores de la base B_6^2: $B_6^1 = \{\boldsymbol{u_1}, \boldsymbol{u_2}\}$ y $B_6^{2'} = \{\boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_1}\}$

c. Se cambian de sitio los vectores de ambas bases: $B_6^{1'} = \{\boldsymbol{u_2}, \boldsymbol{u_1}\}$ y $B_6^{2'} = \{\boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_1}\}$